

Classes de Seconde
Devoir commun de mathématiques du vendredi 22 mai 2015
Durée : 2 heures

Les calculatrices électroniques de poches sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Le candidat doit traiter tous les exercices.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements, l'observation des consignes seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (7 points)

Sur une copie simple séparée, faire la figure qui sera complétée tout au long de l'exercice.

Les parties A et B sont indépendantes.

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (unité : 1 cm ou 1 grand carreau).

Soient les points $A(1, 1)$, $B(-1, -3)$ et $C(2, -2)$.

Partie A

- 1) Déterminer par le calcul l'équation cartésienne réduite de la droite (BC) .
- 2) Par lecture graphique soigneusement justifiée, déterminer l'équation cartésienne réduite de la droite (AC) .
- 3) Démontrer que (AC) et (BC) sont perpendiculaires.
- 4) Quelle est l'aire du triangle ABC ?

Partie B

En utilisant le quadrillage, construire les points T , U et V définis par :

$$\overrightarrow{TA} = \overrightarrow{AC} \quad \overrightarrow{CU} = -2\overrightarrow{CB} \quad \overrightarrow{BV} = 3\overrightarrow{CA}$$

- 1) Lire sur le graphique les coordonnées des points T et U .
- 2) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CA}$.
- 3) En déduire, par le calcul, les coordonnées du point V .
- 4) Démontrer que les points T , U et V sont alignés.

Exercice 2 (6 points)

Un magasin vend des ordinateurs.

Le responsable commercial a remarqué que :

- à 512 € l'ordinateur, il en vend 394 ;
(et dans ce cas, sa recette est donc de $512 \times 394 = 201728$ €).
- à chaque fois qu'il baisse le prix d'un ordinateur de 1 €, il en vend un de plus.
- à chaque fois qu'il augmente le prix d'un ordinateur de 1 €, il en vend un de moins.

Partie A

- 1) S'il baisse le prix unitaire de 15 € :
 - a) Combien vend-il d'ordinateurs ?
 - b) Quelle est sa recette ?
- 2) Vérifier qu'à 350 € l'ordinateur, sa recette est de 194600 €.
- 3) A-t-il intérêt à augmenter ou à baisser le prix de ses ordinateurs ?

Partie B

Soit x le montant (en €) de la réduction sur le prix d'un ordinateur.

Exprimer en fonction de x :

- 1) Le prix d'un ordinateur ;
- 2) Le nombre d'ordinateurs vendus ;
- 3) La recette, notée $f(x)$.

Partie C

- 1) Démontrer que $f(x) = 205209 - (x - 59)^2$.
- 2) En déduire la recette maximale.
- 3) Quel est alors le prix de vente d'un ordinateur ? Combien sont vendus ?

Exercice 3 (7 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- 1) $2x + \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$
- 2) $9x > 7x$

Partie B

Soit $A(x) = (2x + 1)^2 - (2x + 1)(3x - 2)$.

- 1) En respectant les priorités de calcul imposées par la syntaxe, calculer $A(x)$ pour $x = 3$.
- 2) Factoriser $A(x)$.
- 3) Développer $A(x)$, puis l'expression trouvée en (2). Les résultats sont-ils cohérents ?
- 4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $A(x) = 3$.
- 5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $A(x) > 0$.